



## دراسة العلاقة بين معامل النفاذية و ابعاد ثنائي الرنين النفقي

أ.ربيعة عبد الله أرجيعة  
أ.مبسوط منصور القطراني  
أ.د. إبراهيم حممو  
محاضر مساعد بقسم الفيزياء- كلية الآداب والعلوم الأبيار- جامعة بنغازي  
محاضر مساعد بقسم الفيزياء - كلية الآداب والعلوم الأبيار- جامعة بنغازي  
أستاذ بقسم الفيزياء- كلية العلوم - جامعة بنغازي

### الملخص:

يهدف هذا البحث لدراسة تأثير العوامل الهندسية لمنظومة من حاجزي جهد على النفاذية الكمية تمثل ثنائي الرنين النفقي RTD. استخدمت طريقة منظومة مصفوفات التحويل Transfer Matrix Method للنمذجة وحساب معامل النفاذية. المنظومة التي تم دراستها مكونة السلسلة  $Al_xGa_{1-x}As/GaAs/Al_xGa_{1-x}As$ . تبين أن عرض بئر الجهد وارتفاع حواجز الجهد هما العاملان الأكثر تأثيراً بينما يؤثر عرض الحاجز بأثر أقل. الكلمات المفتاحية: معامل النفاذية، ابعاد ثنائي، الرنين النفقي.

### Abstract:

This research aims to study the effect of the geometric factors of a system of two voltage barriers on the quantum transmittance representing the resonant tunneling duo (RTD). The Transfer Matrix Method was used to model and calculate the permeability coefficient. The system studied consists of the  $Al_xGa_{1-x}As/GaAs/Al_xGa_{1-x}As$  series. It turns out that the width of the voltage well and the height of the voltage barriers are the two most influential factors, while the width of the barrier has a lesser effect.

key words: Permeability coefficient, two dimensions, Tunneling resonance.

## 1- مقدمة

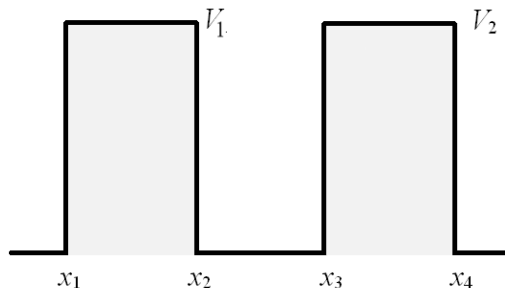
شهدت العقود الأخيرة من القرن الماضي انتشار أجهزة الكترونية حديثة تعتمد صناعتها أساساً على أشباه الموصلات ونتيجة للتطور المستمر لهذه الأجهزة الذي صاحبه تصغير مستمر للحجم وتقليل للطاقة مع زيادة في السرعة وتعدد المهام وخفض الاسعار، الا أن الباحثين أدركوا مبكراً أن هناك حدوداً لهذا التصغير المستمر نتيجة لاقتراب ابعادها الهندسية من الابعاد الذرية ( Samanta, 2018, Bate,1988, Ferry, 2018, وهو ما دعاهم للسعي لإيجاد مواد أخرى تحقق هذه الاهداف. قدم تسو و ايساكي (Esaki, 1958) ثنائي من مادة شبه موصلة اعتمد في ميدان عمله على ظاهرة النفقية الكمية اعتبر بداية لظهور هذا النوع من النبائط التي تميزت بظاهرة جديدة عرفت بالمقاومة التفاضلية السالبة Negative Differential Resistance (NDR) وفيها تؤدي زيادة فرق الجهد في مدى معين لتقليل التيار (Mizuta, 2006). تبين أن هذه الظاهرة يمكن ملاحظتها في نبائط أخرى مكونة من عدة طبقات من مواد مختلفة heterostructures (Sun, 1998, Bayram 2012, Singh, 2016, Gil-Corrales, 2010, Chowdhury 2022). استخدم هذا الثنائي في أجهزة الترددات العالية و الصمامات و اجهزة الاستشعار و كثير من التطبيقات الاخرى (Asada,2011,Wang, 2017).

استخدمت عدة طرق لنمذجة ثنائي الرنين النفقي باستخدام نموذج مكون من حاجزي جهد يفصلهما بئر جهد كمي، منها على سبيل المثال طريقة دالة جرين Green Function (Lake, 1992), (Do, 2006), طريقة مصفوفة التحويل (Jonsson,1990, Sanchez-Soto,2012) Transfer Matrix Method (TMM) و هي الطريقة استخدمت لحساب معامل النفاذية في هذا البحث. تتميز هذه الطريقة بالبساطة والاستقرار وخصوصاً في الأشكال الرباعية المنتظمة (Simion, 2007, Hung, 2008,). تم في هذا البحث بدراسة أثر تغير في الأبعاد الهندسية لثنائي الرنين النفقي RTD على معامل النفاذية T كدالة في طاقة الالكترونات لمعرفة أي العوامل هي الأهم في التأثير في نفاذية الإلكترونات وبالتالي تحديد كفاءة الثنائي.

## 2- النظرية

يُمثل ثنائي الرنين النفقي بحاجزي جهد يفصلهما بئر كمي كما يبين الشكل (1). حيث تُمثل الحواجز المواد ذات فجوة الطاقة الأكبر  $(Al_xGa_{1-x}As)$  و الابار المواد ذات فجوة الطاقة الأقل  $(GaAs)$ .

الشكل (1) تمثيل ثنائي الرنين النفقي بحاجزي جهد يفصلهما بئر كمي



تُعطى الدوال الموجية للإلكترون الذي يصطدم بها من ناحية اليسار بطاقة حركة E بمنظومة مكونة من حاجزي طاقة كالمبينة بالشكل (1) كالتالي :

$$\Psi_1 = A_1 e^{k_1 x} + B_1 e^{-k_1 x} \quad x > 0 \quad (1)$$

$$\Psi_2 = A_2 e^{k_2 x} + B_2 e^{-k_2 x} \quad 0 < x < x_2 \quad (2)$$

$$\Psi_3 = A_3 e^{k_3 x} + B_3 e^{-k_3 x} \quad x_1 < x < x_2 \quad (3)$$

$$\Psi_4 = A_4 e^{k_4 x} + B_4 e^{-k_4 x} \quad x_2 < x < x_3 \quad (4)$$

$$\Psi_5 = A_5 e^{k_5 x} + B_5 e^{-k_5 x} \quad x > x_3 \quad (5)$$

$$k_i = \sqrt{\frac{2m_i^*[E - V_i]}{\hbar^2}} \quad (6)$$

من شروط استمرارية الدالة و مشتقتها الأولى عند حدود حواجز الجهد لدينا:

$$A_i e^{k_i x} + B_i e^{-k_i x} = A_{i+1} e^{k_{i+1} x} + B_{i+1} e^{-k_{i+1} x} \quad (7)$$

$$A_i e^{k_i x} - B_i e^{-k_i x} = \frac{m_i^*}{m_{i+1}^*} \frac{k_{i+1}}{k_i} \left( \frac{k_{i+1}}{k_i} A_{i+1} e^{k_{i+1} x} - B_{i+1} e^{-k_{i+1} x} \right) \quad (8)$$

لإيجاد معامل النفاذية T استخدمت طريقة مصفوفة التحويل، حيث يُعبر عن العلاقة بين الدوال الموجية للجسيم

خلال المنظومة و مشتقاتها و الشروط الحدية بمنظومة مصفوفات كالتالي (Levi, 2006)

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_i \\ B_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ \frac{k_{i+1}}{k_i} & -\frac{k_{i+1}}{k_i} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_{i+1} \\ B_{i+1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

لإيجاد العلاقة بين دالة الموجة الساقطة بإعادة ترتيب الحدود نجد أن،

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \left( \prod_{i=1}^5 P_i \right) \begin{bmatrix} A_5 \\ B_5 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_5 \\ B_5 \end{bmatrix} \quad (11)$$

و حيث أن  $A_1=1, B_1=0, A_5=0$  فان

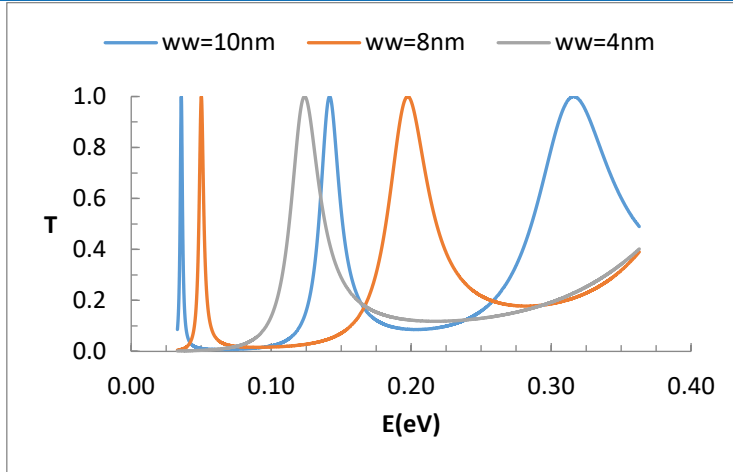
$$\begin{bmatrix} 1 \\ B_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{21} & m_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_5 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12)$$

ومنها يتبين أن معامل النفاذية T يعطى بالعلاقة

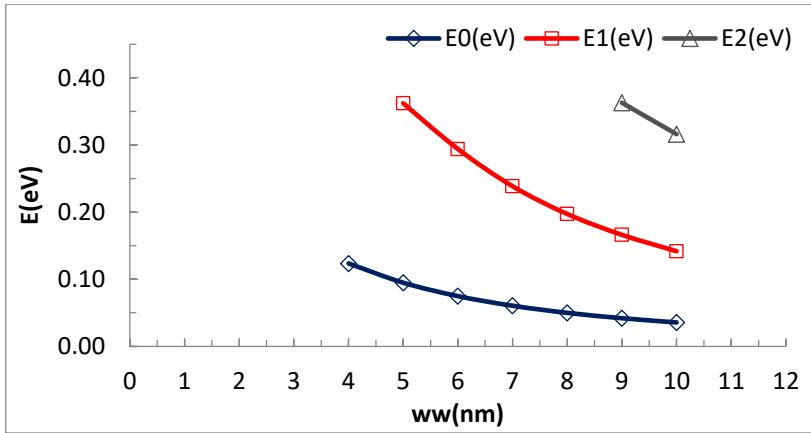
$$T = \frac{1}{m_{22}^2} \quad (13)$$

في حالة ثبات ارتفاع وسمك الحاجز، وانعدام الجهد الخارجي وبزيادة عرض البئر، فإن أبرز ما تم ملاحظته هو زيادة عدد القمم وازاحتها ناحية اليسار حيث الطاقات الدنيا وذلك لأن زيادة عرض البئر تؤدي لخفض مستويات الطاقة. وبالتالي تزيد من مدى حالات الرنين المسموح بها وتزداد القمم حدة كما يبين الشكل (2) وانخفاض قيم الطاقة معين في الشكل (2).

وهي العلاقة المستخدمة لحساب معامل النفاذية في هذا البحث. تجدر الإشارة هنا الى أن بعض المصادر تستخدم العنصر  $m_{11}$  بدلاً من  $m_{22}$  وهما علاقتان متكافئتان حيث أن  $m_{11}=m_{22}$  (Miller, 2008). أفترض كذلك هنا تساوي الكتلة الفعالة للإلكترونات  $m^*$  (Razeghi 2019) النتائج:  
3.1 أثر تغيير عرض بئر الجهد على مستويات الطاقة



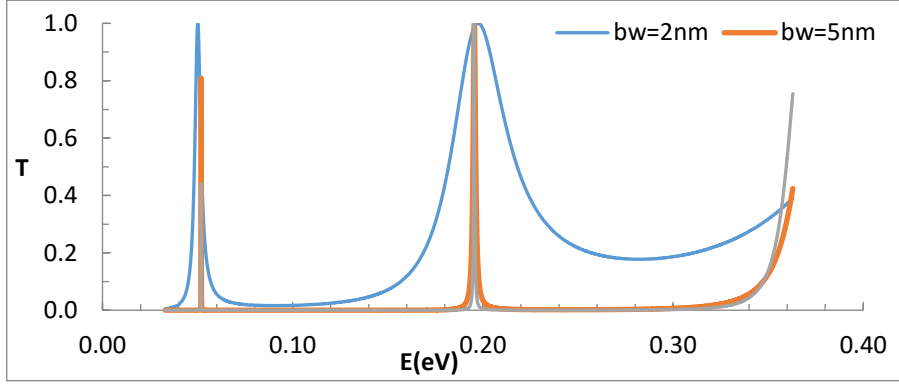
شكل (2) أثر تغير عرض البئر على منحنيات معامل النفاذية لحاجزين،  $b_w=2nm$  و ارتفاع حاجز الجهد  $0.33eV$



شكل (3): أثر تغيير عرض البئر على مستويات الطاقة بحاجزين،  $b_w=2nm$  وارتفاع حاجز الجهد  $0.33eV$

عند ثبات ارتفاع حاجز الجهد وعرض البئر وانعدام الجهد الخارجي وتغيير سمك الحاجز، فإن أبرز ما تم ملاحظته هنا بزيادة عرض الحاجز، تقل قيم معامل النفاذية و زيادة حدة القمم وكلما ازداد سمك الحاجز أكثر تبدأ القمم بالاختفاء، كما بالشكل (3)، وذلك لأن زيادة سمك الحاجز تقلل من المسار الحر الذي يقطعه الإلكترون، وبالتالي تقل احتمالية نفاذه.

يتضح من الشكل (2) أن مستويات الطاقة تنخفض بزيادة عرض البئر، وهذه النتيجة بينتها العديد من الدراسات حتى وإن اختلفت العينة المدروسة (Singha, 2016, Das, 2017, Montecillo 2017, 3.2 أثر تغيير سمك الحاجز على منحنيات النفاذية

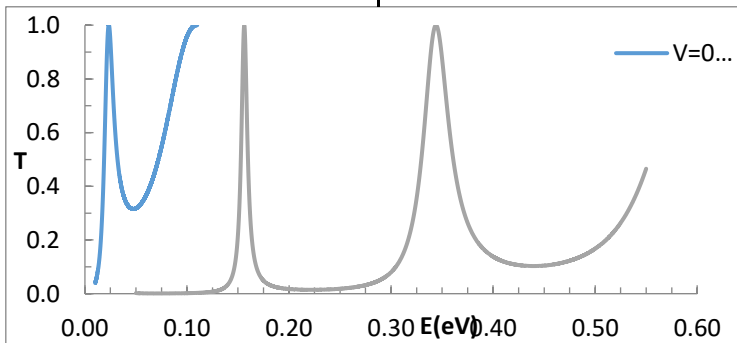


شكل (4): أثر تغيير سمك الحاجز على منحنيات النفاذية كدالة في الطاقة لحاجزين، وارتفاع حاجز الجهد  $0.33\text{eV}$  و  $x=0.1$ .

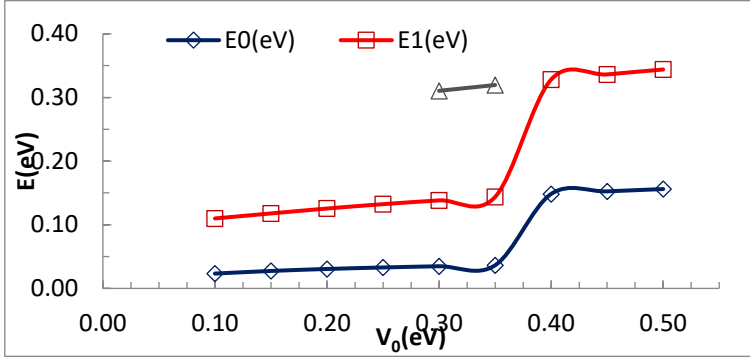
تظهر مستويات الكافة  $E_2$ ، وكذلك تزداد القمم حدة وتزيد قيمة الطاقة، وهي حقيقة مميزة في هندسة الثنائي (Mizuta, 2006)، ولكن أحيانا لا تظهر ذلك بوضوح، أو يزداد عدد القمم لمدى معين من ارتفاع الحاجز، ثم يثبت عدد القمم و لا يزيد بزيادة ارتفاع الحاجز كما يظهر بالشكل (5) ويعزى ذلك لتقارب مستويات الطاقة العليا متقاربة جداً فيصعب تمييز القمم العليا بزيادة ارتفاع الحاجز.

### 3.3 أثر تغيير ارتفاع حاجز الجهد على منحنيات النفاذية ومستويات الطاقة

يوضح الشكلين (4 و 5) أثر تغير ارتفاع حاجزي الجهد على مستويات الطاقة. وعرض البئر  $10\text{nm}$ ، وسمك الحاجز  $2\text{nm}$  و يتبين من الشكل (4) أن زيادة ارتفاع الحاجز تؤدي لزيادة عدد القمم و ذلك لزيادة عدد مستويات الطاقة المتاحة و هو ما يبينه الشكل (5) حيث



شكل (5) أثر تغيير ارتفاع الحاجز (V) على منحنيات النفاذية كدالة في الطاقة لحاجزين، و  $w_w=10\text{nm}$  و  $b_w=2\text{nm}$



شكل (6): أثر تغيير ارتفاع حاجز الجهد على مستويات الطاقة لحاجزين  $w_w=10\text{nm}$  و  $b_w=2\text{nm}$

تم في هذه الدراسة دراسة أثر تغير العوامل الهندسية على مستويات الطاقة ومعامل النفاذية لحاجزي جهد مستطيلين يفصلهما بئر كمي وهو التصميم المستخدم لنمذجة ثنائي الرنين النفقي (Gil-Corrales, 2022). تبين من الدراسة أن تغيير عرض بئر الطاقة يؤدي إلى زيادة مستويات الطاقة المسموحة وبالتالي لزيادة الحالات الرنينية. كما يؤدي زيادة عرض حواجز الطاقة إلى تقليل معامل النفاذية بينما أدت زيادة ارتفاع حواجز الجهد إلى زيادة مستويات الطاقة العليا وهو ما سمح بظهور حالات

2.Asada, M, & Suzuki, S. (2011) **Terahertz oscillators using electron devices. - an approach with. Resonant tunneling diodes**, EICE Electr. Exp., 8, 1110–1126, <https://doi.org/10.1587/elex.8.1110>

3.Bate, R, T. (1988) **The Quantum-Effect Device: Tomorrow's Transistor?**, Sci. Am. 258, 96–100, [10.1038/scientificamerican0388-96](https://doi.org/10.1038/scientificamerican0388-96)

4.Bayram, C., Vashaei, Z., & Razeghi, M. (2010) **"AlN/GaN double-barrier resonant tunneling diodes grown by metal-organic**

تبيين من الشكل(5)، أن المستويات الأولى والثاني

والثالث جميعها تأثرت بارتفاع الحاجز حيث زادت قيم طاقاتها، ويمكن ملاحظة أن المستويين الأول والثاني هما الأكثر تأثراً بارتفاع الحاجز، وذلك لأن فرق الطاقة بين المستويات الدنيا داخل البئر كبيرة، بخلاف المستويات العليا المتقاربة، وبالتالي يمكن ملاحظة أن بزيادة ارتفاع الحاجز زاد عدد القمم وزاد وضوحها وارتفاعها وازدادت الطاقة، وهذه ما بينته دراسات عديدة حتى وإن اختلفت الظروف الهندسية لعرض البئر والحاجز (Razavy, 2013, Singha, 2016)

4. الاستنتاجات

رنينية عند الطاقات العليا. تسهم هذه الدراسات في تصميم ثنائيات رنينية بخواص محددة مسبقاً، كما تمكن من دراسة أثر العوامل المؤثرة في فعالية الثنائي.

المراجع:

1.A.S. Abdalla, M.H. Eisa, R. Alhathloul, O. Aldaghri (2018), **Quantum resonant tunneling in semiconductor double-barrier Structure**, Optik, 170, 314, <https://doi.org/10.1016/j.ijleo.2018.05.095>



- Nanomaterials* 12, (2022), 1714,  
<https://doi.org/10.3390/nano12101714>
12. Jonsson, B, & Eng, S. T (1990), **Solving the Schrodinger Equation in Arbitrary Quantum-Well Potential Profiles Using the Transfer Matrix Method**, IEEE J. Quant. Electr, 26,2025-2035, *10.1109/3.62122*.
13. Lake, R. & Datta, S (1992), **Nonequilibrium Green's-function method applied to double-barrier resonant-tunneling diodes**, Phys. Rev. B45, 6670-6685,  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevB.45.6670>
14. Levi, A. F. J (2006). **Applied Quantum Mechanics**. 2<sup>nd</sup> Edition, Cambridge University Press, London.
15. Miller, David A. "Quantum mechanics for scientists and engineers," Cambridge university press, London, (2008)
16. Mizuta, H, & Tanoue, T (2006). **The Physics and Application of Resonant Tunneling Diodes**. Cambridge University, London
17. R. Montecillo; R. E. S. Otadayo; M. L. A. D. Lee; F. A. Buot; M. D. Nacar (2017), **The dependence of the characteristics of THz current oscillations on the quantum-well width in resonant tunneling diode**, AIP Conf. Proc. 1871, 030002,  
<https://doi.org/10.1063/1.4996521>
18. Razavy, Mohsen "Quantum Theory of Tunneling" 2<sup>nd</sup> Edition, World Scientific Pub Co Inc; Singapore, (2013)
- chemical vapor deposition"** App. Phys. Lett. 96, 042103,  
*6.https://doi.org/10.1063/1.3294633*
5. Chowdhury, S. and Biswas, D. "Performances Comparison of Si, GaAs and GaN based Resonant Tunneling Diode in Presence and Absence of Electric Field" Int. J. Nano Dev. Sens. & Systems 1, (2012), 39-45,  
*10.11591/ij-nano.v1i2.1324*
6. Das, B., & Parai, M. K. (2017). "Influence on Characteristics of RTD Due to Variation of Different Parameters and Material Properties" Int. J. High Speed Electron. Syst., 26, 1740022,  
*7..https://doi.org/10.1142/S0129156417400225*.
8. Do, V, N, & Dollfus, P. (2006) **Transport and noise in resonant tunneling diode using self-consistent Green's function calculation**, J. Appl. Phys 100, 093705,  
<https://doi.org/10.1063/1.2364035>
9. Esaki, L. (1958), **New Phenomenon in Narrow Germanium p-n Junctions**, Phys. Rev. 109, 603-604,  
<https://doi.org/10.1103/PhysRev.109.603>
10. Ferry, D (2018) "An Introduction to Quantum Transport in Semiconductors", Pan Stanford Publishing, Singapore
11. Gil-Corrales, John A. etal "Study of Electronic and Transport Properties in Double-Barrier Resonant Tunneling Systems"



23. Singh, M. M, Siddiqui, M.J. and Saxena, A. (2016) "**Comparative Simulation of GaAs and GaN based Double Barriers-Resonant tunneling Diode**" Proc. Comp. Sci. **85**, 581  
<https://doi.org/10.1016/j.procs.2016.05.224>
24. Sun, J. P., Haddad, G.I., Mazumder, P., Schulman, J.N. (1998) **Resonant tunnelling diodes: models and properties**, Proc. IEEE, 86, 641 – 660, [10.1109/5.663541](https://doi.org/10.1109/5.663541).
25. C. Wang, S. Bhardwaj and J. L. Volakis (2017) "**Resonant tunneling diodes for feeding antenna-structures for terahertz source applications**," IEEE Int. Symp. Ant. and Prop. & USNC/URSI Nat. Radio Sci. Meet., San Diego, CA, USA, 2017, pp. 1745-1746,  
[10.1109/APUSNCURSINRSM.2017.8072915](https://doi.org/10.1109/APUSNCURSINRSM.2017.8072915)
19. Razeghi, M. "**Fundamentals of solid-state engineering**", 4<sup>th</sup> Edition, Springer Int. Publishing. (2019)
20. S Samanta, (2023), "**GaAs-based resonant tunneling diode: Device aspects from design, manufacturing, characterization, and applications**", J. Semicond., 44, 03101, [10.1088/1674-4926/44/10/103101](https://doi.org/10.1088/1674-4926/44/10/103101)
21. Luis L. Sánchez-Soto, Juan J. Monzón, Alberto G. Barriuso, José F. Cariñena (2012) , **The transfer matrix: A geometrical perspective**, Phys. Rep. 513, 191-227,  
<https://doi.org/10.1016/j.physrep.2011.10.002>
22. Simion, C. E, Ciucu, C (2007), **Triple – Barrier Resonant Tunneling: A Transfer Matrix Approach**, Rom. Rep. Phys. 59805–817